

STEPHEN KIMBROUGH · MARCO NICOLINI · DAMJAN ŠTRUS

BURZA GÓLŮ



tabulka, statistiky gólů, průměry, grafy, relativní četnost, shoda, pravděpodobnost, kvóta

matematika, statistika, informatika

15–19 let

1 | SOUHRN

Tato výuková jednotka dá studentům příležitost pracovat s údaji z reálného fotbalu, které jsou volně k dispozici na internetu^[1] nebo v denním tisku, porozumět jim a ptát se na ně.

2 | PRVOTNÍ KONCEPCE

Fotbal je celosvětově nejpobulárnější sport a jeho dopad přesahuje hranice národů, kultur, pohlaví i socioekonomických tříd. Se stále rostoucí diváckou základnou po celém světě atraktivita tohoto sportu neustále roste, takže se z něj dnes stalo jedno z nejvýznamnějších obchodních odvětví ve sportu.

Evropský fotbalový trh je ohodnocen na 19,4 miliard eur^[2]. Na tomto oboru závisí živobytí mnoha lidí po celém světě, včetně hráčů, trenérů, rozhodčích, marketingových společností, médií a v neposlední řadě i bookmakerů. Odvětví sportovních sázek má hodnotu mezi 606 a 870 miliardami eur ročně. Prací bookmakerů je předpovídat, zda tým vyhraje nebo prohraje, a podle toho počítat sázkové kurzy. Úspěšný bookmaker potřebuje nejen štěstí, ale i výborné matematické dovednosti, aby mohl analyzovat komplexní soubory dat s přihlédnutím k mnoha různým kombinačním faktorům a komplexním proměnným.

3 | CO STUDENTI DĚLAJÍ

Nejdůležitější dovedností, kterou si studenti musejí osvojit nejdříve, je seznámení s návrhem a tvorbou databáze pomocí tabulek. Mezi data o fotbalu, která jsou k dispozici online, patří široká škála proměnných, včetně termínů zápasů, domácích a venkovních výsledků, výsledků v poločasu a na konci zápasu, počtu střel na bránu, rohů, faulů, postavení mimo hru, žlutých a červených karet a samozřejmě také sázkových kurzů. Stu-

denti mohou z těchto zdrojů převzít potřebné soubory dat a importovat je do vlastních tabulek.

3 | 1 Vkládání dat

Nejprve studenty požádejte, aby vytvořili tabulku s výsledky zápasů. Příklad tabulky je uveden na **OBR. 1**. Tato tabulka je založená na německé první bundeslize v sezóně 2014/15.

Názvy všech týmů jsou uvedeny v abecedním pořadí v levém sloupci (domácí tým) a horním řádku (hostující tým).

Výsledky všech zápasů jsou uvedeny ve dvou odpovídajících buňkách: levá buňka uvádí počet gólů vstřelených domácím týmem a pravá buňka počet gólů vstřelených hostujícím týmem. Když hrál například Bayern Mnichov doma proti Augsburgu, výsledek byl 0:1. Když byl v zápase s Bayernem Mnichov Augsburg doma, byl výsledek 0:4.

3 | 2 Výpočty

Požádejte studenty, aby:

1. Sestavili vzorec pro výpočet počtu zápasů odehraných za celou sezónu v první bundeslize (tip: 18 týmů hraje každý s každým).

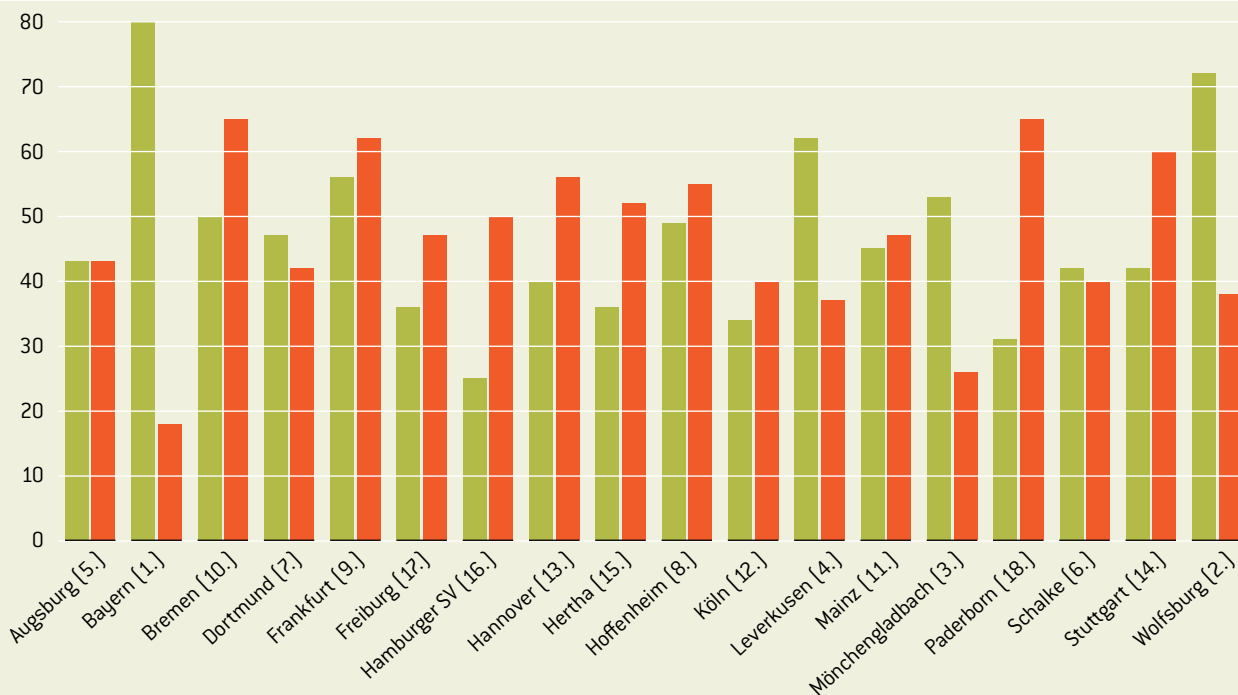
Řešení: Každý tým má 17 soupeřů, kteří odehráli zápasy doma a venku, takže každý tým hraje $2 \cdot 17 = 34$ zápasů (první bundesliga má 34 kol). Týmů je celkem 18, takže každé kolo má devět zápasů. Proto bylo za tuto sezónu odehráno celkem 306 zápasů.

2. Pro každý tým vypočítejte gólové statistiky (vstřelené a obdržené góly) za celou sezónu.

OBR. 1 Tabulka s výsledky zápasů, německá první bundesliga, sezóna 2014/15

	hosté	Augsburg	Bayern	Bremen	Dortmund	Frankfurt	Freiburg	Hamburger SV	Hannover	Hertha	Hoffenheim	Köln	Leverkusen	Mainz	Mönchengladbach	Paderborn	Schalke	Stuttgart	Wolfsburg
1	Augsburg		0 4	4 2	2 3	2 2	2 0	3 1	1 2	1 0	3 1	0 0	2 2	0 2	2 1	3 0	0 0	2 1	1 0
2	Bayern	0 1		6 0	2 1	3 0	2 0	8 0	4 0	1 0	4 0	4 1	1 0	2 0	0 2	4 0	1 1	2 0	2 1
3	Bremen	3 2	0 4		2 1	1 0	1 1	1 0	3 3	2 0	1 0	0 1	2 1	0 0	2 4	0 0	3 2	0 3	5
4	Dortmund	0 1	0 1	3 2		2 0	3 1	0 1	0 1	2 0	1 0	0 0	0 2	4 2	2 1	0 3	0 3	2 2	2 2
5	Frankfurt	0 1	0 4	5 2	2 0		1 0	2 1	2 2	4 4	3 1	3 2	2 1	2 2	0 0	4 0	1 0	4 5	1 1
6	Freiburg	2 0	2 1	0 1	0 3	4 1		0 0	2 2	2 2	1 1	1 0	0 0	2 3	0 0	1 2	2 0	1 4	1 2
7	Hamburger SV	3 2	0 0	2 0	0 0	1 2	1 1		2 1	0 1	1 1	0 2	1 0	2 1	1 1	0 3	2 0	0 1	0 2
8	Hannover	2 0	1 3	1 1	2 3	1 0	2 1	2 0		1 1	1 2	1 0	1 3	1 1	0 3	1 2	2 1	1 1	1 3
9	Hertha	1 0	0 1	2 2	1 0	0 0	0 2	3 0	0 2		0 5	0 0	0 1	1 3	1 2	2 0	2 2	3 2	1 0
10	Hoffenheim	2 0	0 2	1 2	1 1	3 2	3 3	3 0	4 3	2 1		3 4	0 1	2 0	1 4	1 0	2 1	2 1	1 1
11	Köln	1 2	0 2	1 1	2 1	4 2	0 1	0 0	1 1	1 2	3 2		1 1	0 0	0 0	0 0	2 0	0 0	2 2
12	Leverkusen	1 0	2 0	3 3	0 0	1 1	1 0	4 0	4 0	4 2	2 0	5 1		0 0	1 1	2 2	1 0	4 0	4 5
13	Mainz	2 1	1 2	1 2	2 0	3 1	2 2	1 2	0 0	0 2	0 0	2 0	2 3		2 2	5 0	2 0	1 1	1 1
14	Mönchengladb.	1 3	0 0	4 1	2 3	1 1	3 1	0 1	0 2	0 3	2 3	1 1	0 3	0 1	1 1		2 0	4 1	1 1
15	Paderborn	2 1	0 6	2 2	2 2	3 1	1 1	0 3	2 0	3 1	0 0	0 0	0 3	2 2	1 2		1 2	1 2	1 3
16	Schalke	1 0	1 1	1 1	2 1	2 2	0 0	0 0	1 0	2 0	3 1	1 2	0 1	4 1	1 0	1 0		3 2	3 2
17	Stuttgart	0 1	0 2	3 2	2 3	3 1	2 2	2 1	1 0	0 0	0 2	0 2	3 3	2 0	0 1	0 0	0 4		0 4
18	Wolfsburg	1 0	4 1	2 1	2 1	2 2	3 0	2 0	2 2	2 1	3 0	2 1	4 1	3 0	1 0	1 1	1 1	3 1	

OBR. 2 Graf vstřelených gólů (zelená) a obdržených gólů (červená) pro každý tým, německá první bundesliga, sezóna 2014/15



OBR. 2 ukazuje všechny góly vstřelené jednotlivými týmy (zvýrazněné zeleně) a všechny inkasované góly (zvýrazněné červeně). Studenti pak mohou výsledky ze své tabulky porovnat s reálnými údaji z online databází, aby své výpočty zkontrolovali.

3. Vypočítejte průměrný počet gólů na zápas během celé sezóny.

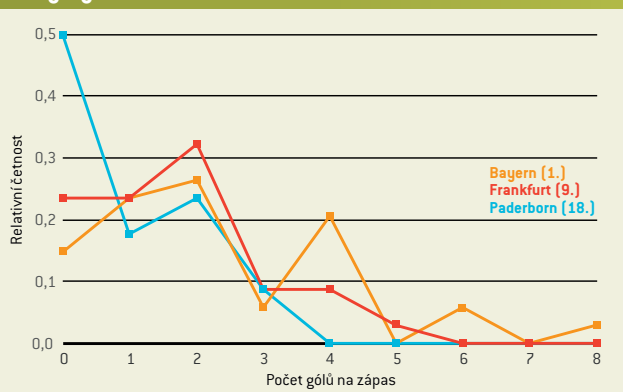
Řešení: 2,75

4. Vypočítejte pro každý tým průměrný počet vstřelených a obdržených gólů na jeden zápas. Studenti sestaví graf vstřelených a inkasovaných gólů na jeden zápas pro každý tým. Požádejte studenty, aby graf porovnali s postavením každého týmu v konečné tabulce, a dejte jim čas, aby identifikovali souvislost mezi tvarem grafu a pořadím v konečné tabulce (na OBR. 2).
5. Vypočítejte relativní četnost $p(n)$ počtu gólů na jeden zápas. Studenti mohou spočítat počet zápasů, ve kterém každý tým vstřelil 0, 1, 2, 3 góly atd. Vytvoří tabulku pro každý tým a sestaví graf s relativní četností vs. počet gólů na jeden zápas pro všechny týmy. OBR. 3 ukazuje, že Bayern odehrál celkem 34 zápasů a v pěti zápasech vůbec neskóroval, v osmi zápasech vstřelil jeden gól, v devíti zápasech dva góly atd. Vybídněte studenty, aby pomocí vzorců, které nabízí tabulkový procesor, vytvořili tabulku podle OBR. 3.

OBR. 3 Relativní četnosti $p(n)$ pro tři týmy

n	Relativní četnost					
	Bayern (1.)		Frankfurt (9.)		Paderborn (18.)	
	$N \cdot p(n)$	$p(n)$	$N \cdot p(n)$	$p(n)$	$N \cdot p(n)$	$p(n)$
0	5	0,15	8	0,24	17	0,50
1	8	0,24	8	0,24	6	0,18
2	9	0,26	11	0,32	8	0,24
3	2	0,06	3	0,09	3	0,09
4	7	0,21	3	0,09	0	0,00
5	0	0,00	1	0,03	0	0,00
6	2	0,06	0	0,00	0	0,00
7	0	0,00	0	0,00	0	0,00
8	1	0,03	0	0,00	0	0,00
	34	1	34	1	34	1

OBR. 4 Relativní četnost vs. počet gólů na jeden zápas pro tři týmy



Součet druhého sloupce je počet zápasů odehraných jedním týmem za celou sezónu, součet třetího sloupce je 1.

6. Zjistěte, jaký údaj (již předem vypočítaný) studenti dostanou, pokud v každém řádku tabulky vynásobí počet gólů n odpovídající relativní četností $p(n)$. Pak všechny součiny shrňte:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(n).$$

Řešení: Dostanou průměrný počet gólů \bar{n} vstřelených každým týmem za sezónu.

7. Na základě průměrného počtu gólů vypočítejte tzv. shodu ve výsledku zápasů. Shoda je relativně efektivní odchylka a podle Poissonova rozdělení je rovna $\sqrt{\frac{1}{\bar{n}}}$.

Se zvyšující se shodou se výsledek každého zápasu předvídá obtížněji. Toto je jen hrubý odhad, ale lze argumentovat, že fotbal je založen na shodě. Shoda při skutečných zápasech může často dosahovat až 100 %. Současně je shoda vyšší, když je fotbalový tým v tabulce níže.

8. Sestavte graf, který ukáže, jak se postavení každého týmu v tabulce během sezóny mění (pro všech 34 kol). Projednejte se studenty některé možné důvody, které mohly způsobit tento vzestup nebo pokles v tabulce.

3 | Praviděpodobnost

9. Studenti již vypočítali průměrný počet gólů vstřelených každým týmem na jeden zápas. Ať je r_1 průměrný počet gólů vstřelených prvním týmem na jeden zápas a r_2 průměrný počet gólů vstřelených druhým týmem na jeden zápas. Definujeme R jako podíl: $R = \frac{r_1}{r_2}$.

Praviděpodobnost, že další gól vstřelí první tým, se vypočítá pomocí $p_1 = \frac{R}{R+1}$, a praviděpodobnost, že jej vstřelí druhý tým, se vypočítá pomocí $p_2 = 1 - p_1 = \frac{1}{R+1}$.

Je zřejmé, že s každým vstřeleným gólem se průměrné hodnoty mění. To však nebudeme brát v úvahu a raději použijeme pro celý zápas předchozí průměrné hodnoty. Požádejte studenty, aby pro každý tým vypočítali praviděpodobnosti p_1 a p_2 na základě údajů získaných ve 33 kolech, aby mohli teoretické výpočty porovnat se skutečnými výsledky ve 34. kole první bundesligy v sezóně 2014/15.

10. Pokud v konkrétním okamžiku zápasu oba týmy dohromady vstřelily n gólů, je praviděpodobnost, že všechny góly vstřelil první tým, p_1^n a praviděpodobnost, že všechny góly vstřelil druhý tým, p_2^n . Praviděpodobnost, že první tým vstřelil k z n gólů, je $\binom{n}{k} p_1^k p_2^{n-k}$.

11. Praviděpodobnost, že tým, který skóruje r gólů na jeden zápas, vstřelí n gólů v čase t (mezi $0 =$ začátek a $1 =$ konec zápasu), je rovna $p = \frac{(rt)^n}{n!} e^{-rt}$.

Požádejte studenty, aby pro každý tým sestavili graf praviděpodobnosti vstřelení n (0, 1, 2, 3 nebo 4) gólů během 90 minut fotbalového zápasu. Na základě údajů získaných za 33 kol porovnejte teoretické výpočty se skutečnými výsledky ve 34. kole první bundesligy v sezóně 2014/15.

12. Také můžete studenty požádat, aby zkontrolovali praviděpodobnost výsledku $n : m$. Teorie říká, že tato praviděpodobnost vytváří rovnici $p_{n,m} = \frac{(r_1 t)^n (r_2 t)^m}{n! m!} e^{-(r_1+r_2)t}$.

Tato rovnice předpokládá, že počet gólů pro každý tým není na sobě vzájemně závislý, což samozřejmě není pravda, ale lze to použít pro první aproximaci. Studenti by měli porovnat teoretické výpočty se skutečnými výsledky ve 34. kole první bundesligy v sezóně 2014/15 (**OBR. 5**).

OBR. 5 Fotbalové výsledky 34. kola první bundesligy v sezóně 2014/15 ^[3]

Bayern	Mohuč	2 : 0
Dortmund	Brémy	3 : 2
Frankfurt	Leverkusen	2 : 1
Hamburger SV	Schalke	2 : 0
Hannover	Freiburg	2 : 1
Hoffenheim	Hertha	2 : 1
Kolín	Wolfsburg	2 : 2
Mönchengladbach	Augsburg	1 : 3
Paderborn	Stuttgart	1 : 2

4 | ZÁVĚR

Nepřetržitě zkoumání a analýza souborů dat může zcela jistě pomoci předvídat výsledky fotbalových zápasů. Nicméně pro prognózu správného výsledku konkrétních zápasů je nutné zohlednit kromě vstřelených gólů mnoho dalších parametrů (tj. zranění, formu hráčů, stav hřiště, počasí atd.). Kdyby existoval kouzelný recept, měli bychom mezi sázejícími mnohem více milionářů. Podobně lze i práci lidí určujících sázkové kurzy považovat spíše za umění než za vědu.

Cílem této výukové jednotky ale není hovořit o fotbalových sázkách, takže dále již nepůjdeme.

5 | MOŽNOSTI SPOLUPRÁCE

Studenti z různých zemí mohou shromažďovat výsledky všech zápasů své nejvyšší národní fotbalové ligy. Pak by měli pro každý tým vypočítat gólové statistiky (vstřelené a inkasované góly) za celou sezónu, průměrný počet gólů na jeden zápas během celé sezóny a průměrný počet gólů vstřelených a inkasovaných na jeden zápas každým týmem.

Nakonec by měli porovnat výsledky vlastních výpočtů a analyzovat svou národní ligu. Jsou si všechny týmy víceméně rovny, nebo je v lize několik velmi silných týmů, několik velmi slabých týmů a větší počet průměrných týmů? Možná studenti objeví nějakou třetí, čtvrtou, pátou možnost...

REFERENCE

[1] www.football-data.co.uk/

[2] www.soccerex.com/about/what-soccerex/football-industry (08.11.2015)

[3] www.rezultati.com/nogomet/njemacka/bundesliga-2014-2015/ (12.11.2015)

- ALI JE NOGOMET IGRA NA SREČO, Janez Strnad, Presek, ISSN 0351-6652, ročník 13 (1985/1986), číslo 1, s. 9–15
- Matematika i nogomet (<http://pptfilesearch.com/single/79931/nogomet-i-matematika>), Franka Miriam Brückler, Osijek, 1. 6. 2006 (08.03.2016)